

**KM—MATH.(H&E)**

**2019**

**MATHEMATICS**

**Compulsory**

**Time—Three Hours Fifteen Minutes**

*(First FIFTEEN minutes for reading the question paper)*

**Full Marks —**  $\begin{cases} 90 & \text{— For Regular Candidates} \\ 100 & \text{— For External Candidates} \end{cases}$

केवल वर्ष 2019 में प्रथम बार सम्मिलित होनेवाले परीक्षार्थियों के लिए एवं वर्ष 2017 और 2018 में प्रथम बार परीक्षा में असफल (कन्टिन्यूइंग, कम्पार्टमेण्टल, बाह्य कम्पार्टमेण्टल एवं ई.डब्ल्यू.) परीक्षार्थियों के लिए।

**(नया पाठ्यक्रम)**

(प्रश्नसंख्या 1, 2, 3 तथा 4 के उत्तर उत्तरपुस्तिका के प्रारम्भ में क्रम से प्रश्नसंख्या लिखकर देना है। आवश्यक गणना और चित्र, यदि हो, तो उत्तरपुस्तिका के प्रथम कुछ पृष्ठों के दायें तरफ देना आवश्यक है। किसी प्रकार की सारणी और गणकयन्त्र का उपयोग वर्जित है।  $\pi$  का

निकटतम मान  $\frac{22}{7}$  लेना होगा। अंकगणितीय प्रश्न बीजगणितीय पद्धति से भी हल किया जा सकता है।)

(दृष्टिहीन परीक्षार्थियों के लिए पृष्ठ संख्या 9 पर प्रश्न संख्या 11 का वैकल्पिक प्रश्न दिया गया है।)

[ बाह्य परीक्षार्थियों के लिए पृष्ठ संख्या 10 पर अतिरिक्त प्रश्न संख्या 16 दिया गया है। ]

1. निम्नलिखित प्रश्नों में प्रत्येक का सही उत्तर चुनिये :  $1 \times 6 = 6$

(i) किसी साझा व्यवसाय में दो मित्रों के लाभांश का अनुपात

$\frac{1}{2} : \frac{1}{3}$  होने से उनके मूलधन का अनुपात—

(a) 2 : 3 (b) 3 : 2

(c) 1 : 1 (d) 5 : 3

(ii) यदि  $p + q = \sqrt{13}$  एवं  $p - q = \sqrt{5}$  हो तो  $pq$  का मान—

(a) 2 (b) 18

(c) 9 (d) 8

(iii) किसी वृत्त का केन्द्र  $O$  एवं व्यास  $AB$  है।  $ABCD$  वृत्तस्थ चतुर्भुज है।  $\angle ABC = 65^\circ$ ,  $\angle DAC = 40^\circ$  होने से  $\angle BCD$  का मान—

(a)  $75^\circ$  (b)  $105^\circ$

(c)  $115^\circ$  (d)  $80^\circ$

(iv)  $\tan \alpha + \cot \alpha = 2$  होने से  $\tan^{13} \alpha + \cot^{13} \alpha$  का मान—

(a) 13 (b) 2

(c) 1 (d) 0

(v)  $2\sqrt{6}$  सेंमी. भुजा वाले दो घनों को पास-पास रखने से उत्पन्न आयत घन के विकर्ण की लम्बाई होगी—

(a) 10 सेंमी. (b) 6 सेंमी.

(c) 2 सेंमी. (d) 12 सेंमी.

(vi)  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{10}$  राशियों का औसत 20 होने से  $x_1 + 4, x_2 + 4, x_3 + 4, \dots, x_{10} + 4$ , राशियों का औसत होगा—

(a) 20 (b) 24

(c) 40 (d) 10

2. रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिये (कोई पाँच) :  $1 \times 5 = 5$

(i) एक व्यक्ति बैंक में 100 रु. जमा करके, 2 वर्ष बाद चक्रवृद्धि मिश्रधन 121 रु. पाया। वार्षिक ब्याज दर थी \_\_\_\_\_ %।

(ii) दो द्विघात करणी का योगफल एवं गुणनफल एक परिमेय संख्या होने से दोनों करणी \_\_\_\_\_ करणी होंगी।

(iii) यदि दो त्रिभुजों का आधार एक ही सरल रेखा पर स्थित हो एवं दोनों का शीर्ष बिन्दु उभयनिष्ठ हो तो दोनों त्रिभुजों के क्षेत्रफल का अनुपात और उनके आधार की लम्बाई का अनुपात \_\_\_\_\_ होगा।

(iv)  $\frac{\cos 53^\circ}{\sin 37^\circ}$  का सरलतम मान \_\_\_\_\_।

(v) एक ठोस लम्बवृत्ताकार बेलन के तलों की संख्या \_\_\_\_\_।

(vi)  $x_1, x_2, \dots, x_{100}$  चलराशियाँ मान के बढ़ते क्रम में होने से उनका मध्यक \_\_\_\_\_ होगा।

3. सत्य या असत्य लिखिये (कोई पाँच) :  $1 \times 5 = 5$

(i) वार्षिक 10% की दर से 100 रु. का 1 वर्ष का साधारण ब्याज एवं चक्रवृद्धि ब्याज का अन्तर 1 रु. होगा।

(ii)  $ab : c^2, bc : a^2$  एवं  $ca : b^2$  का यौगिक अनुपात 1 : 1 होगा।

(iii) तीन बिन्दु, जो एक सरल रेखा में नहीं हैं, से केवल एक वृत्त खींचा जा सकता है।

(iv)  $\sin 30^\circ + \sin 60^\circ > \sin 90^\circ$ ।

(v) समान आधार एवं समान ऊँचाई वाले एक लम्ब वृत्ताकार शंकु एवं एक लम्बवृत्ताकार बेलन के आयतन का अनुपात 1 : 3 होगा।

(vi) 2, 3, 9, 10, 9, 3, 9 तथ्यों का मध्यक 10 होगा।

4. निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए (कोई दस) :  $2 \times 10 = 20$

(i) वार्षिक 5% सरल ब्याज दर से कितने रुपये का मासिक ब्याज 1 रु. होगा उसे निर्णय कीजिये।

(ii) एक साझेदारी व्यवसाय में तीन लोगों के मूलधन का अनुपात 3 : 5 : 8 है। प्रथम व्यक्ति का लाभ तृतीय व्यक्ति के लाभ से 60 रु. कम है तो व्यवसाय में कुल कितना लाभ हुआ था ?

(iii)  $\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{4} = \frac{2a - 3b + 4c}{p}$  हो तो  $p$  का मान क्या होगा ?

(iv)  $x \propto y^2$  एवं  $y = 2a, x = a$  होने से दिखाइये कि  $y^2 = 4ax$ ।

(v) ABCD ट्रापीजियम में  $BC \parallel AD$  एवं  $AD = 4$  सेंमी.। विकर्ण AC एवं BD परस्पर O बिन्दु पर इस प्रकार काटते हैं कि  $\frac{AO}{OC} = \frac{DO}{OB} = \frac{1}{2}$  तो BC की लम्बाई कितनी होगी ?

(vi) एक वृत्त की दो जीवाएं AB एवं AC परस्पर लम्ब हैं।  $AB = 4$  सेंमी.,  $AC = 3$  सेंमी. होने से वृत्त के अर्द्धव्यास की लम्बाई ज्ञात कीजिये।

- (vii)  $\Delta ABC$  का  $\angle ABC = 90^\circ$  एवं  $BD \perp AC$ , यदि  $AB = 5$  सेंमी. एवं  $BC = 12$  सेंमी. हो तो  $BD$  की लम्बाई कितनी होगी ?
- (viii)  $\theta$  ( $0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$ ) के किस मान/मानों के लिए  $2 \sin \theta \cos \theta = \cos \theta$  होगा ?
- (ix)  $\sin 10\theta = \cos 8\theta$  एवं  $10\theta$  घनात्मक न्यूनकोण होने से  $\tan 9\theta$  का मान निर्णय कीजिये।
- (x) एक आयत घन आकृति वाले घर की लम्बाई, चौड़ाई एवं ऊंचाई क्रमशः  $a$ ,  $b$  एवं  $c$  इकाई एवं  $a + b + c = 25$ ,  $ab + bc + ca = 240.5$  होने से उस घर में जो सबसे बड़ी छड़ रखी जा सकती है उसकी लम्बाई निर्णय कीजिये।
- (xi) एक लम्बवृत्ताकार शंकु के पार्श्वतल का क्षेत्रफल उसके आधार के क्षेत्रफल का  $\sqrt{5}$  गुना है। शंकु की ऊंचाई एवं आधार के अर्द्धव्यास का अनुपात क्या होगा ?
- (xii) प्रथम  $(2n + 1)$  क्रमिक प्राकृतिक संख्याओं की मध्यवर्ती संख्या  $\frac{n+103}{3}$  होने पर,  $n$  का मान निर्णय कीजिये।

किसी एक प्रश्न का उत्तर दीजिए : 5

- (i) यदि 6 मास के अन्तर पर ब्याज मूलधन के साथ योग हो तो वार्षिक 10% चक्रवृद्धि ब्याज दर से 8,000 रु. का  $1\frac{1}{2}$  वर्ष का चक्रवृद्धि मिश्रधन एवं चक्रवृद्धि ब्याज कितना होगा ?
- (ii) दो मित्र क्रमशः 40,000 रु. एवं 50,000 रु. देकर एक साझा व्यवसाय शुरू किये। उनके बीच एक समझौता हुआ कि लाभ का 50% वे बराबर-बराबर बाँटेंगे एवं शेष लाभ को मूलधन के अनुपात में बाँटेंगे। प्रथम मित्र का लाभ यदि दूसरे मित्र के लाभ की अपेक्षा 800 रु. कम हो तो प्रथम मित्र का लाभ कितना होगा ?

6. किसी एक प्रश्न को हल कीजिये :
- (i)  $x^2 + x + 1 = 0$  समीकरण के मूलों का वर्ग जिस समीकरण के मूल हैं उस समीकरण को निर्णय कीजिये।
- (ii) कलम का मूल्य प्रति दर्जन 6 रु. कम होने से 30 रु. में 3 कलम अधिक मिलती है तो कम होने से पहले प्रति दर्जन कलम का मूल्य निर्णय कीजिये।
7. किसी एक प्रश्न का उत्तर दीजिए :
- (i) सरल कीजिये :  $\frac{4\sqrt{3}}{2-\sqrt{2}} - \frac{30}{4\sqrt{3}-\sqrt{18}} - \frac{\sqrt{18}}{3-\sqrt{12}}$
- (ii) यदि  $\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{y}\right) \propto \frac{1}{x-y}$  हो तो दिखाइये कि,  $(x^2 + y^2) \propto xy$
8. किसी एक प्रश्न का उत्तर दीजिए :
- (i)  $(3x - 2y) : (x + 3y) = 5 : 6$  होने से,  $(2x + 5y) : (3x + 4y)$  का मान निर्णय कीजिये।
- (ii) यदि  $\frac{b+c-a}{y+z-x} = \frac{c+a-b}{z+x-y} = \frac{a+b-c}{x+y-z}$  हो, तो प्रमाणित कीजिये कि,  $\frac{a}{x} = \frac{b}{y} = \frac{c}{z}$ ।
9. किसी एक प्रश्न का उत्तर दीजिए :
- (i) प्रमाणित कीजिए — अर्द्धवृत्त में स्थित कोण समकोण होता है।
- (ii) प्रमाणित कीजिए कि, यदि दो वृत्त परस्पर वहिः स्पर्श करें, तब स्पर्शबिन्दु दोनों वृत्तों के केन्द्रों को मिलाने वाले रेखाखण्ड के ऊपर स्थित होगा।

किसी एक प्रश्न का उत्तर दीजिए : 3

- (i)  $O$  केन्द्र वाले वृत्त का एक परिलिखित चतुर्भुज  $ABCD$  है तो प्रमाणित कीजिये कि,  $AB + CD = BC + DA$ ।
- (ii)  $\Delta ABC$  का  $\angle A$  समकोण है एवं  $BP$  और  $CQ$  दो माधिकाएं हैं। प्रमाणित कीजिये कि,  $5BC^2 = 4(BP^2 + CQ^2)$ ।

किसी एक प्रश्न का उत्तर दीजिए : 5

- (i)  $ABC$  एक त्रिभुज की रचना कीजिये जिसकी  $BC = 7$  सेंमी.,  $AB = 5$  सेंमी. एवं  $AC = 6$  सेंमी। त्रिभुज  $ABC$  का परिवृत्त अंकन कीजिये। (केवल मात्र अंकन चिह्न देना होगा)
- (ii) 4 सेंमी. अर्द्धव्यास का एक वृत्त अंकन कीजिये। वृत्त के केन्द्र से 6.5 सेंमी. दूर स्थित किसी बाहरी बिन्दु से इस वृत्त पर दो स्पर्शक अंकन कीजिये। <http://www.wbbseonline.com>

किन्हीं दो प्रश्नों के उत्तर दीजिए :  $3 \times 2 = 6$

- (i)  $\Delta ABC$  का  $\angle C = 90^\circ$ , यदि  $BC = m$  एवं  $AC = n$  हो तो दिखाएं कि,  $m \sin A + n \sin B = \sqrt{m^2 + n^2}$ ।

(ii) मान निर्णय कीजिये :

$$\frac{4}{3} \cot^2 30^\circ + 3 \sin^2 60^\circ - 2 \operatorname{cosec}^2 60^\circ - \frac{3}{4} \tan^2 30^\circ$$

(iii) यदि  $\angle P + \angle Q = 90^\circ$  हो तो दिखाइये कि,

$$\sqrt{\frac{\sin P}{\cos Q}} - \sin P \cos Q = \cos^2 P$$

13. किसी एक प्रश्न का उत्तर दीजिए : 15.

- (i) 600 मीटर चौड़ी नदी के एक घाट से दो नौकाएं नदी के पार जाने के लिए विभिन्न दिशाओं में रवाना हुईं। यदि प्रथम नौका नदी के इस पार के साथ  $30^\circ$  कोण एवं दूसरी नौका नदी के गति पथ के साथ  $90^\circ$  कोण बनाती हुई उस पार पहुँचती है तो उस पार पहुँचने के बाद दोनों नौकाओं के बीच की दूरी कितनी होगी ?
- (ii) एक तीन मंजिला मकान की छत पर 3.6 मीटर लम्बा ध्वज लगा है। रास्ते के किसी स्थान से देखने पर ध्वजदंड की चोटी एवं पाद का उन्नत कोण क्रमशः  $50^\circ$  एवं  $45^\circ$  हो तो मकान की ऊँचाई निर्णय कीजिये। (मान लें  $\tan 50^\circ = 1.2$ )

14. किन्हीं दो प्रश्नों के उत्तर दीजिए :  $4 \times 2 = 8$

- (i) घन-आकृति के एक जलपूर्ण हौज से समान माप की 64 बाल्टें जल निकालने के बाद हौज का  $\frac{1}{3}$  भाग जल भरा रह जाता है। हौज की भुजा की लम्बाई यदि 1.2 मीटर हो तो प्रत्येक बाल्ट में कितना लीटर जल आयेगा ? (1 घन डेसीमीटर = 1 लीटर)
- (ii) किसी तार के परिच्छेद का व्यास 50% कम कर दिया गया। आयतन अपरिवर्तित रखने के लिए तार की लम्बाई कितना प्रतिशत बढ़ाना होगा ?
- (iii) लम्ब वृत्ताकार शंकुनुमा एक तम्बू तैयार करने में 77 वर्गमीटर त्रिपाल लगता है। तम्बू की तिर्यक ऊँचाई यदि 7 मीटर हो तो तम्बू के आधार का क्षेत्रफल कितना होगा ?

15. किन्हीं दो प्रश्नों का उत्तर दीजिए :  $4 \times 2 = 8$

(i) यदि निम्नलिखित आवृत्ति विभाजन तालिका का यौगिक माध्य 54 हो, तो  $K$  का मान निर्णय कीजिये :

श्रेणी	0-20	20-40	40-60	60-80	80-100
आवृत्ति	7	11	$K$	9	13

(ii) नीचे दी गई क्रम यौगिक आवृत्ति विभाजन तालिका से आवृत्ति विभाजन तालिका बनाकर तथ्यों का बहुलक ज्ञात करें :

श्रेणी	10	20	30	40	50	60	70	80
	से कम	से कम	से कम	से कम	से कम	से कम	से कम	से कम
आवृत्ति	4	16	40	76	96	112	120	125

(iii) नीचे दी गयी तालिका से एक विद्यालय के कक्षा दस के 52 छात्रों के प्राप्तांकों का औसत प्रत्यक्ष पद्धति एवं कल्पित माध्य पद्धति से निर्णय कीजिये :

छात्र संख्या	4	7	10	15	8	5	3
प्राप्तांक	30	33	35	40	43	45	48

[दृष्टिहीन परीक्षार्थियों के लिए विकल्प प्रश्न]

11. किसी एक प्रश्न का उत्तर दीजिए : 5

- (i) किसी त्रिभुज की तीनों भुजाओं की लम्बाई की माप ज्ञात रहने से इस त्रिभुज की परिवृत्त अंकन प्रणाली का वर्णन कीजिये।
- (ii) किसी वृत्त के बाहर स्थित बिन्दु से इस वृत्त पर दो स्पर्शक अंकन करने की प्रणाली का वर्णन कीजिये।