2019

12(NS)8025(05)

# MATHEMATICS

## ( New Syllabus )

## PART-A

Total Time : 3 Hours 15 minutes ] [ Total Marks : 80

| *পরীক্ষার্থীদের জন্য নির্দেশ :* | ***Instructions to the Candidates :*** |
|---|---|
| 1. *পরিমিত এবং যথাযথ উত্তরের জন্য বিশেষ মূল্য দেওয়া হবে।* | 1. ***Special credit will be given for answers which are brief and to the point.*** |
| 2. *উপান্তে প্রশ্নের পূর্ণমান সূচিত আছে।* | 2. ***Figures in the margin indicate full marks for the questions.*** |

### বিভাগ-ক / PART - A

**( Marks : 70 )**

1. (a) যে-কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও : $2 \times 1 = 2$

(i) সমাধান করো : $2\sin^{-1} x = \cos^{-1} x,\ 0 < x < 1$.

(ii) মনে করো $A = \{1, 2, 3\}$ একটি প্রদত্ত সেট। $A$-এর উপর একটি সম্বন্ধের সংজ্ঞা দাও যেটি $A$-এর উপর স্বসম এবং প্রতিসম কিন্তু সংক্রমণ নয়।

(b) যে-কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও : $2 \times 1 = 2$

(i) $A = \begin{pmatrix} 8 & 0 \\ 4 & -2 \end{pmatrix}$ এবং $B = \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ -5 & 1 \end{pmatrix}$, অপর একটি ম্যাট্রিক্স $X$ নির্ণয় করো যেখানে $2A + 3X = 5B$.

(ii) $\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x & 3 \\ 2x & 5 \end{vmatrix}$ হলে, $x$-এর মান নির্ণয় করো।



Scanned by CamScanner

(c) যে-কোনো তিনটি প্রশ্নের উত্তর দাও : $2 \times 3 = 6$

(i) $y = \sin^{-1}\frac{2x}{1+x^2}$ হলে $\frac{dy}{dx}$-এর মান নির্ণয় করো।

(ii) $f(x) = 5 - |x-1|$, $f(x)$-এর সর্বাধিক মান নির্ণয় করো এবং $x$-এর যে মানের জন্য $f(x)$ সর্বাধিক তাও নির্ণয় করো।

(iii) $x > 0$ হলে দেখাও যে $\log(1+x) > \frac{x}{1+x}$.

(iv) যে সকল বৃত্ত $x$-অক্ষকে মূলবিন্দুতে স্পর্শ করে তাদের অবকল সমীকরণ নির্ণয় করো।

(v) $f(2) = 4$, $f'(2) = 4$ হলে $\lim_{x \to 2} \frac{xf(2) - 2f(x)}{x-2}$-এর মান নির্ণয় করো।

(vi) মান নির্ণয় করো : $\int_1^2 \frac{x\,dx}{(x+1)(x+2)}$.

(d) যে-কোনো **একটি** প্রশ্নের উত্তর দাও : $2 \times 1 = 2$

(i) দেখাও যে $A(2,3,-4)$, $B(1,-2,3)$ এবং $C(3,8,-11)$ সমরেখ।

(ii) $\vec{a} = 5\hat{i} - \hat{j} - 3\hat{k}$ এবং $\vec{b} = \hat{i} + 3\hat{j} - 5\hat{k}$, দেখাও যে $\vec{a} + \vec{b}$ এবং $\vec{a} - \vec{b}$ পরস্পর লম্ব।

(e) যে-কোনো **একটি** প্রশ্নের উত্তর দাও : $2 \times 1 = 2$

(i) $P(A) = a$ এবং $P(B) = b$, তবে দেখাও যে $P(A/B) \leq \frac{a}{b}$.

(ii) যদি $a$ ও $b$ ধ্রুবক হয়, তবে প্রমাণ করো যে $\text{var}(ax+b) = a^2\,\text{var}(x)$.



Scanned by CamScanner

2. (a) যে-কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও : $4 \times 1 = 4$

(i) $R_1$ এবং $R_2$ দুটি সমতুল্যতা সম্বন্ধ ($A$ সেটে সংজ্ঞাত)। দেখাও যে $R_1 \cap R_2$ সমতুল্যতা সম্বন্ধ হবে। $(A \neq \phi)$

(ii) $\tan^{-1} x + \tan^{-1} y + \tan^{-1} z = \frac{\pi}{2}$ এবং $x + y + z = \sqrt{3}$ হলে, দেখাও যে $x = y = z$.

(b) নিম্নলিখিত প্রশ্নগুলির উত্তর দাও : $4 \times 2 = 8$

(i) $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ হলে, দেখাও যে $A^2 - 4A - 5I_3 = 0$.

অথবা

$A = \begin{pmatrix} i & -i \\ -i & i \end{pmatrix}$ এবং $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ হলে, দেখাও যে $A^8 = 128B$.

(ii) প্রমাণ করো : $\begin{vmatrix} 1+a & 1 & 1 \\ 1 & 1+b & 1 \\ 1 & 1 & 1+c \end{vmatrix} = abc\left(1 + \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right)$, $(abc \neq 0)$.

অথবা

Cramer-এর নিয়মে সমীকরণগুলি সমাধান করো :

$3x + y + z = 10$

$x + y - z = 0$

$5x - 9y = 1$.

(c) নিম্নলিখিত প্রশ্নগুলির উত্তর দাও : $4 \times 3 = 12$

(i) $\cos y = x \cos(a + y)$, $(a \neq 0)$ হলে দেখাও যে, $\frac{dy}{dx} = \frac{\cos^2(a+y)}{\sin a}$.

অথবা

$x = \sin t$, $y = \sin kt$ ($k \neq 0$, ধ্রুবক) হলে দেখাও যে

$(1 - x^2)\frac{d^2y}{dx^2} - x\frac{dy}{dx} + k^2 y = 0$.



Scanned by CamScanner

(ii) মান নির্ণয় করো : $\int \sqrt{1+\sec x}\,dx$.

অথবা

মান নির্ণয় করো : $\int \frac{dx}{(x-1)\sqrt{x^2-1}}$.

(iii) সমাধান করো : $(e^x+1)y\,dy-(y^2+1)e^x dx=0$,
দেওয়া আছে $x=0, y=0$.

অথবা

সমাধান করো : $(x\,dy-y\,dx).y\sin\frac{y}{x}=(y\,dx+x\,dy).x\cos\frac{y}{x}$.

(d) যে-কোনো **একটি** প্রশ্নের উত্তর দাও : $4\times1=4$

(i) $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ এমন তিনটি ভেক্টর যেন $\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}=0$ এবং $|\vec{a}|=1$, $|\vec{b}|=4$, $|\vec{c}|=2$ হলে, $\vec{a}.\vec{b}+\vec{b}.\vec{c}+\vec{c}.\vec{a}$ -এর মান নির্ণয় করো।

(ii) দুটি একক ভেক্টরের সমষ্টি একটি একক ভেক্টর হলে দেখাও যে, ভেক্টর দুটির অন্তরের মান $\sqrt{3}$.

(e) যে-কোনো **একটি** প্রশ্নের উত্তর দাও : $4\times1=4$

(i) সমাকলনের সাহায্যে $\frac{x^2}{2}+\frac{y^2}{1}=1$-এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো।

(ii) প্রমাণ করো : $\int_1^3 \frac{dx}{x^2(x+1)}=\frac{2}{3}+\log\frac{2}{3}$.

(f) যে-কোনো **একটি** প্রশ্নের উত্তর দাও : $4\times1=4$

(i) $A_1, A_2, \ldots, A_n$ ঘটনাসমূহ স্বাধীন এবং $P(A_i)=1-q_i$ $(i=1, 2, \ldots, n)$.
প্রমাণ করো যে $P(A_1\cup A_2\cup\ldots\cup A_n)=1-q_1.q_2.\ldots.q_n$.

(ii) আটটি ঝোঁকশূন্য মুদ্রা যথেচ্ছভাবে একসঙ্গে নিক্ষিপ্ত হলো। ঠিক 5 টি এবং কমপক্ষে 5 টি হেড পড়ার সম্ভাবনা নির্ণয় করো।



Scanned by CamScanner

3. (a) যে-কোনো **একটি** প্রশ্নের উত্তর দাও : $5 \times 1 = 5$

(i) একটি সংস্থা কোনো দ্রব্যের দু-রকম ছাঁচের জিনিস $A$ ও $B$ প্রস্তুত করে। একটি $A$ ছাঁচের জিনিস তৈরী করতে 9 শ্রম-ঘন্টা কাজ করার মতো শ্রমিক দরকার হয় এবং 1 শ্রম-ঘণ্টা লাগে জিনিসটি সমাপ্ত করতে। $B$-এর ক্ষেত্রে 12 শ্রম-ঘন্টা লাগে তৈরী করতে ও 3 শ্রম-ঘন্টা জিনিসটা সম্পন্ন করতে। $A$ ও $B$ জিনিস দুটি প্রস্তুত করতে সংস্থার কাছে মোট 180 শ্রম-ঘন্টা জিনিস তৈরী করার জন্য শ্রমিক আছে এবং 30 শ্রম-ঘন্টা জিনিস সমাপ্তির জন্য শ্রমিক আছে। একটি $A$ ছাঁচের জিনিস বিক্রি করে সংস্থা লাভ করে 8,000 টাকা এবং একটি $B$ ছাঁচের জিনিস বিক্রি করে সে লাভ করে 12,000 টাকা। কত সংখ্যক $A$-ছাঁচের জিনিস ও কত সংখ্যক $B$ ছাঁচের জিনিস তৈরি করলে তার লাভ সর্বোচ্চ হয় তা নির্ণেয় সমস্যাকে রৈখিক প্রোগ্রাম বিধি সমস্যা হিসাবে প্রকাশ করো।

(ii) লেখচিত্রের সাহায্যে রৈখিক প্রোগ্রাম বিধি সমস্যাটির সমাধান করো এবং অভীষ্ট অপেক্ষক $Z$-এর অবম মান নির্ণয় করো। ( **ছক কাগজের প্রয়োজন নেই** ):

$Z = 200x + 500y$

শর্ত সাপেক্ষে $x + 2y \geq 10,\ 3x + 4y \leq 24, x \geq 0,\ y \geq 0$.

(b) যে-কোনো **দুটি** প্রশ্নের উত্তর দাও : $5 \times 2 = 10$

(i) যদি $ax^2 + by^2 = 1$ এবং $Ax^2 + By^2 = 1$ $(a \neq A, b \neq B, aB - bA \neq 0)$ বক্রদুটি পরস্পরকে লম্বভাবে ছেদ করে তবে দেখাও যে $\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{1}{A} - \frac{1}{B}$.

(ii) সমাধান করো : $(1 + x^2)\mathrm{d}y + 2xy\,\mathrm{d}x = \cot x\,\mathrm{d}x$.

(iii) কলন বিদ্যার সাহায্যে $\frac{x^2 - x + 1}{x^2 + x + 1}$-এর সর্বাধিক এবং সর্বনিম্ন মান নির্ণয় করো।

(iv) মান নির্ণয় করো : $\lim_{n \to \infty}\left[\frac{n}{n^2 + 1^2} + \frac{n}{n^2 + 2^2} + \ldots + \frac{1}{2n}\right]$.



Scanned by CamScanner

(c) যে-কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও : $5 \times 1 = 5$

(i) $(-2; 1, 3)$ বিন্দুগামী এবং $2x - 7y + 4z = 0$ ও $3x - 5y + 4z + 11 = 0$ -এর ছেদক রেখাগামী সমতলের সমীকরণ নির্ণয় করো।

(ii) $\frac{x+2}{3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-3}{2}$ সরলরেখার উপরিস্থ যে বিন্দু $(1, 2, 3)$ বিন্দু থেকে $3\sqrt{2}$ একক দূরে অবস্থিত সেই বিন্দুটির স্থানাঙ্ক নির্ণয় করো।



Scanned by CamScanner

**( ENGLISH VERSION )**

1. (a) Answer any ***one*** question : $2 \times 1 = 2$

(i) Solve : $2\sin^{-1} x = \cos^{-1} x$, $0 < x < 1$.

(ii) Let $A = \{1, 2, 3\}$. Define a relation (on $A$) which is reflexive and symmetric but not transitive.

(b) Answer any ***one*** question : $2 \times 1 = 2$

(i) $A = \begin{pmatrix} 8 & 0 \\ 4 & -2 \end{pmatrix}$ and $B = \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ -5 & 1 \end{pmatrix}$, find another matrix $X$ where $2A + 3X = 5B$.

(ii) If $\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x & 3 \\ 2x & 5 \end{vmatrix}$, find the value of $x$.

(c) Answer any ***three*** questions : $2 \times 3 = 6$

(i) If $y = \sin^{-1} \dfrac{2x}{1+x^2}$, find $\dfrac{dy}{dx}$.

(ii) $f(x) = 5 - |x - 1|$. Find the maximum value of $f(x)$, also find the value of $x$ for which $f(x)$ is maximum.

(iii) If $x > 0$, then show that $\log(1+x) > \dfrac{x}{1+x}$.

(iv) Find the differential equation of the circles which touch the $x$-axis at the origin.

(v) If $f(2) = 4$, $f'(2) = 4$, then evaluate $\lim\limits_{x \to 2} \dfrac{xf(2) - 2f(x)}{x-2}$.

(vi) Evaluate : $\int_1^2 \dfrac{x\,dx}{(x+1)(x+2)}$.



Scanned by CamScanner

$2 \times 1 = 2$

(d) Answer any ***one*** question :

(i) Show that $A(2,3,-4)$, $B(1,-2,3)$ and $C(3,8,-11)$ are collinear.

(ii) If $\vec{a} = 5\hat{i} - \hat{j} - 3\hat{k}$ and $\vec{b} = \hat{i} + 3\hat{j} - 5\hat{k}$, show that $\vec{a} + \vec{b}$ and $\vec{a} - \vec{b}$ are perpendicular to each other.

$2 \times 1 = 2$

(e) Answer any ***one*** question :

(i) If $P(A) = a$ and $P(B) = b$, then show that $P(A/B) \leq \frac{a}{b}$.

(ii) If $a$ and $b$ are constants, then show that $\text{var}(ax + b) = a^2 \text{var}(x)$.

$4 \times 1 = 4$

2. (a) Answer any ***one*** question :

(i) $R_1$ and $R_2$ are two equivalence relation defined on set $A(\neq \phi)$. Show that $R_1 \cap R_2$ is an equivalence relation.

(ii) If $\tan^{-1} x + \tan^{-1} y + \tan^{-1} z = \frac{\pi}{2}$ and $x + y + z = \sqrt{3}$, then show that $x = y = z$.

$4 \times 2 = 8$

(b) Answer the following questions :

(i) If $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$, then show that $A^2 - 4A - 5I_3 = 0$.

OR

If $A = \begin{pmatrix} i & -i \\ -i & i \end{pmatrix}$ and $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$, then show that $A^8 = 128B$.

(ii) Show that $\begin{vmatrix} 1+a & 1 & 1 \\ 1 & 1+b & 1 \\ 1 & 1 & 1+c \end{vmatrix} = abc\left(1 + \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right)$, $(abc \neq 0)$.

OR



Scanned by CamScanner

Using Cramer's rule solve the equations :

$3x + y + z = 10$

$x + y - z = 0$

$5x - 9y = 1$.

(c) Answer the following questions : $4 \times 3 = 12$

(i) If $\cos y = x\cos(a + y)$, $(a \neq 0)$, then show that

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\cos^2(a+y)}{\sin a}.$$

OR

If $x = \sin t$, $y = \sin kt$ $(k \neq 0$, constant$)$ then show that

$$(1-x^2)\frac{d^2y}{dx^2} - x\frac{dy}{dx} + k^2y = 0.$$

(ii) Evaluate : $\int \sqrt{1+\sec x}\,dx$.

OR

Evaluate : $\int \frac{dx}{(x-1)\sqrt{x^2-1}}$.

(iii) Solve : $(e^x + 1)y\,dy - (y^2 + 1)e^x dx = 0$, given $x = 0, y = 0$.

OR

Solve : $(x\,dy - y\,dx).y\sin\frac{y}{x} = (y\,dx + x\,dy).x\cos\frac{y}{x}$.

(d) Answer any ***one*** question : $4 \times 1 = 4$

(i) $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ be three vectors such that $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = 0$ and $|\vec{a}| = 1, |\vec{b}| = 4, |\vec{c}| = 2$. Evaluate $\vec{a}.\vec{b} + \vec{b}.\vec{c} + \vec{c}.\vec{a}$.

(ii) If sum of two unit vectors be a unit vector, then show that difference of those two vectors is $\sqrt{3}$.



Scanned by CamScanner

(e) Answer any ***one*** question : $4 \times 1 = 4$

(i) Using integral calculus, find the area of $\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{1} = 1$.

(ii) Prove that $\int_1^3 \frac{dx}{x^2(x+1)} = \frac{2}{3} + \log\frac{2}{3}$.

(f) Answer any ***one*** question : $4 \times 1 = 4$

(i) $A_1, A_2, \ldots, A_n$ are independent and $P(A_i) = 1 - q_i$ $(i = 1, 2, \ldots, n)$.

Show that $P(A_1 \cup A_2 \cup \ldots \cup A_n) = 1 - q_1 \cdot q_2 \cdot \cdots \cdot q_n$.

(ii) Eight unbiased coins tossed simultaneously. Find the probability of getting exactly five heads and at least five heads.

3. (a) Answer any ***one*** question : $5 \times 1 = 5$

(i) A manufacturer produces two models *A* and *B* of a product. Each piece of model *A* requires 9 labour hours for fabricating and 1 labour hour for finishing. Each piece of model *B* requires 12 labour hours for fabricating and 3 labour hours for finishing. For fabricating and finishing the maximum labour hours available are 180 and 30 respectively. The company makes a profit of Rs. 8,000 on each piece of model *A* and Rs. 12,000 on each piece of model *B*. Formulate an L.P.P. so as to maximize his profit.

(ii) Solve the following linear programming problem graphically. **(Graph sheet is not required)** :

Minimize $Z = 200x + 500y$

subject to the constraints

$x + 2y \geq 10$

$3x + 4y \leq 24$

$x \geq 0, y \geq 0$.



Scanned by CamScanner

(b) Answer any ***two*** questions : $5 \times 2 = 10$

(i) $ax^2 + by^2 = 1$ and $Ax^2 + By^2 = 1$ meet each other orthogonally $(a \neq A, b \neq B, \ aB - bA \neq 0)$. Show that $\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{1}{A} - \frac{1}{B}$.

(ii) Solve $(1 + x^2)dy + 2xy\,dx = \cot x\,dx$.

(iii) Find maximum and minimum values of $\frac{x^2 - x + 1}{x^2 + x + 1}$ using Calculus.

(iv) Evaluate : $\lim_{n \to \infty} \left[ \frac{n}{n^2 + 1^2} + \frac{n}{n^2 + 2^2} + \ldots + \frac{1}{2n} \right]$.

(c) Answer any ***one*** question : $5 \times 1 = 5$

(i) Find the equation of the plane which passes through $(-2, 1, 3)$ and also through the intersection of the planes $2x - 7y + 4z = 0$ and $3x - 5y + 4z + 11 = 0$.

(ii) Find the point on the line $\frac{x+2}{3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-3}{2}$ at a distance $3\sqrt{2}$ units from the point $(1, 2, 3)$.

==========



Scanned by CamScanner